

CURSO AVANZADO EN ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

DANIEL FARACO HURTADO (UAM-ICMAT) Y MARÍA ÁNGELES GARCÍA FERRERO (ICMAT-CSIC)

Febrero 2024

1. OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA

El curso que proponemos lleva por subtítulo *Ecuaciones en Derivadas Parciales y Problemas Inversos*. Su objetivo es doble: Por un lado se pretende que los estudiantes profundicen en técnicas de ecuaciones en derivadas parciales. Por otro, se busca introducir a los alumnos en el campo de los problemas inversos, más concretamente en aquellos que aparecen en mecánica cuántica y electrostática.

Durante el curso se tratará con distintas clases de ecuaciones, incluyendo sistemas de ecuaciones elípticas, operadores no locales, las ecuaciones de Maxwell y de la conductividad eléctrica y la ecuación de Schrödinger. También se presentarán a los estudiantes técnicas modernas para el análisis de ecuaciones en derivadas parciales, como las estimaciones *a priori*, la continuación única, la teoría de Gehring-Meyer o la transformada de Fourier no lineal. Esto se hará siempre con la vista puesta en su aplicación dentro del área de los problemas inversos.

2. REQUISITOS PREVIOS

Se recomienda haber cursado los cursos de Análisis y Ecuaciones en derivadas parciales del primer cuatrimestre del Máster.

3. CONTENIDOS DEL PROGRAMA

1. Ecuaciones: formulación y propiedades fundamentales.
 - a) La ecuación de Schrödinger.
 - b) La ecuación de la conductividad.
 - c) La ecuación de Beltrami.
 - d) El laplaciano fraccionario.
2. Técnicas de análisis de EDP.
 - a) Estimaciones de Carleman.
 - b) Continuación única.
 - c) Teoría básica de operadores elípticos.
 - d) Teoremas de aproximación de Runge.
 - e) Estimaciones *a priori* (y topología)
 - f) Teoría L^p de ecuaciones elípticas.
 - g) La transformada de Fourier no lineal y su aplicación a ecuaciones elípticas.
3. El problema inverso en dimensión 3.
 - a) Las soluciones de la óptica geométrica.
 - b) La linearización de Calderón.
 - c) Existencia, unicidad y estabilidad.
 - d) El problema con datos parciales.
4. El problema inverso en dimensión 2.
 - a) Revisitando las soluciones de la óptica geométrica.
 - b) La transformada de *scattering*.
 - c) El problema inverso de *scattering*.
 - d) Relación con la convergencia al dato inicial de las soluciones dependientes del tiempo.

4. BIBLIOGRAFÍA

- [1] K. Astala, T. Iwaniec, G. Martin, *Elliptic Partial Differential Equations and Quasiconformal Mappings in the Plane*, PMS 2009.
- [2] D. Colton, R. Kress, *Inverse Acoustic and Electromagnetic*, AMS 2013. *Scattering Theory*
- [3] J. Feldman, M. Salo, G. Uhlmann, *The Calderón Problem - An Introduction to Inverse Problems*, Book in progress (draft available on request).
- [4] J.L. Mueller, S. Siltanen, *Linear and Nonlinear Inverse Problems with Practical Applications*, SIAM 2012.
- [5] M. Salo, Lecture notes of several courses available at [his webpage](#).

5. METODOLOGÍAS DOCENTES

- *Clases magistrales*: exposición oral por parte de los profesores de los contenidos teóricos fundamentales de cada tema.
- *Seminarios*: Cada alumno será responsable de la exposición oral de un trabajo que le será previamente asignado.
- *Tutorías programadas*: Además de reforzar las clases magistrales en estas tutorías, se ayudará y guiará al alumno en el trabajo que debe presentar en su seminario.
- *Minicursos avanzados*: Se contempla la posibilidad de complementar el temario con dos cursos de 10 horas impartidos por expertos en el área. Como propuesta inicial, los temas de estos cursos serían los siguientes:
 - Autovalores y momentos; C. Meroño (UPM).
 - Problemas Inversos y Frontera libre; M. Salo (Universidad de Jyväskylä).

6. SISTEMAS DE EVALUACIÓN

El 50 % de la nota final vendrá dada por la evaluación de un trabajo individual consistente en el análisis de un artículo de investigación y su posterior exposición. Los artículos serán asignados por los profesores o elegidos por los propios alumnos bajo su supervisión.

El 50 % restante corresponderá a la evaluación continua, que consistirá en la resolución de problemas que habrán de entregarse de forma periódica y que se podrán resolver en grupo.