

Trabajos Fin de Grado, curso académico 2025-26

Propuesta del profesor Pablo Linares Ballesteros

Áreas genéricas en las que dirigir trabajos: Ecuaciones Diferenciales, Probabilidad, Matemática Aplicada.

Tema 1.- El caos de Wiener y el teorema del cuarto momento

Resumen: El teorema del cuarto momento de Nualart y Peccati es una versión del teorema del límite central que afirma lo siguiente: una sucesión de variables aleatorias estandarizadas en un caos de Wiener fijo converge en distribución a una normal estándar si y solo si la sucesión de sus cuartos momentos converge a 3. El objetivo del trabajo será enunciar y demostrar este teorema. En una primera fase, introduciremos los procesos gaussianos isonormales (una extensión de las distribuciones normales a espacios de Hilbert) y el caos de Wiener, así como algunas herramientas básicas de cálculo de Malliavin que serán de utilidad para la demostración.

Requisitos: Teoría de la Integral y de la Medida, Probabilidad I y II. Se recomienda cursar Análisis Funcional

Bibliografía:

- Hairer, M. Introduction to Malliavin calculus. Lecture notes, March 2021.
- Nualart, D. The Malliavin calculus and related topics. Probability and its Applications (New York). Springer-Verlag, Berlin, second ed., 2006.
- Nualart, D. and Peccati, G. Central limit theorems for sequences of multiple stochastic integrals. Ann. Probab. 33, no. 1, (2005), 177–193.

Tema 2.- B-series

Resumen: Las B-series (o series de Butcher, nombradas así en honor al matemático John C Butcher) son series que representan las soluciones numéricas a ecuaciones diferenciales ordinarias obtenidas mediante métodos de Runge-Kutta. Estas series se basan en árboles (grafos conectados sin ciclos), y permiten obtener de manera sistemática condiciones de orden arbitrario para métodos de Runge-Kutta. El objetivo del trabajo será familiarizarse con el lenguaje de las B-series y demostrar el teorema de Butcher sobre condiciones de orden. Si el tiempo lo permite, profundizaremos en la estructura algebraica de las B-series (grupo de Butcher) a través de los trabajos de Hairer y Wanner, llegando a la regla de composición de B-series que nos permitirá definir el orden efectivo de un método.

Requisitos: Métodos Numéricos para EDO/Cálculo Numérico II. Es recomendable tener cierto gusto por la combinatoria y el álgebra.

Bibliografía:

- Butcher. Numerical Methods for Ordinary Differential Equations. John Wiley & Sons, 2008.
- Hairer, Norsett, Wanner. Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems. Springer, 1993.

Tema 3.- El modelo de Ising

Resumen: El modelo de Ising es un modelo en mecánica estadística que describe el ferromagnetismo: un conjunto discreto de partículas con espines positivos y negativos, que interactúan con las partículas más cercanas, y cuyos estados menos energéticos son aquellos en los que los espines están alineados (magnetismo). El trabajo consistirá en describir el modelo y algunos de sus fenómenos más interesantes, como las transiciones de fase en dimensión 2 y mayor.

Requisitos: Modelización, Probabilidad I y II

Bibliografía:

- Friedli, Velenik. *Statistical Mechanics of Lattice Systems: A Concrete Mathematical Introduction*. Cambridge University Press, 2017.
- Liggett. *Interacting Particle Systems*. Springer, 2008.