Trabajos Fin de Grado, curso académico 2025-26

Propuesta del profesor Leo Margolis

Área genérica en la que dirigir trabajos: Álgebra.

Tema 1.- Propiedades de grupos dados por sus anillos de grupo

(Trabajo válido para varios estudiantes)

Resumen: El anillo de grupo es un objeto fundamental de la teoría de representaciones de grupos cuyos estudios usan técnicas de teoría de grupos, de anillos, de números y otros campos. Un problema es encontrar propiedades de un grupo que son determinados por la estructura de su anillo de grupo correspondiente. Hay varios casos interesantes, dependiente del anillo (enteros, racionales, complejos, cuerpos de característica positiva) y grupo (finito, p-grupo) dados.

Requisitos: Estructuras Algebraicas, Teoría de Galois

Bibliografía:

- Cesar Polcino-Milies, Sudarshan K. Sehgal, "An Introduction to Group Rings", Kluwer Academic 2002
- E. Jespers, A. del Rio "Group Ring Groups", De Gruyter 2015
- I. M. Isaacs, "Character Theory of Finite Groups", AMS Press 1976

Tema 2.- Grupos de Frobenius

Resumen: Las acciones de grupos sobre otros grupos son la herramienta fundamental para entender su estructura. Si ningún del grupo actuando fija ningún elemento no-trivial del grupo en que actúa, obtenemos los grupos de Frobenius que ocurren en muchos campos del álgebra. El grupo simétrico de grado 3 o el alternado de grado 4 son ejemplos. Los grupos de Frobenius tienen ya una larga historia y permiten una clasificación casi completa. Para su estudio se usan principalmente la teoría de caracteres y la teoría de grupos de permutaciones y le tesis se puede centrar en uno ellos.

Requisitos: Estructuras Algebraicas, Teoría de Galois

Bibliografía:

- Don Passman "Permuation Groups", Dover Publications (1968)
- I. M. Isaacs, "Finite Group Theory, AMS Press 2008

Tema 3.- La nilpotencia de un grupo por grafos

Resumen: A muchas maneras de asociar un grafo a un grupo finito, asociado a los ordenes de sus elementos por ejemplo o a sus subgrupos. Depende de la situación una propiedad del grupo puede ser determinada por el grafo dado o no. Aquí se trata de reconocer la propiedad fundamental de nilpotencia. Permite muchos experimentos con ejemplos concretos.

Requisitos: Estructuras Algebraicas, Teoría de Galois

Bibliografía: Valentina Grazian, Andrea Lucchini, Carmine Monetta, “Group nilpotency from a graph point of view”, Int. J. Group Theory 2024

Tema 4.- Los grupos simples finitos

(Trabajo válido para varios estudiantes)

Resumen: Quizá el teorema más destacado del álgebra del pasado siglo es la Clasificación de Grupos Finitos Simples. Esta clasificación contiene los grupos alternados, varias series de grupos “tipo Lie” y veintiséis grupos esporádicos, pero la demostración es tan larga que se dice que no hay una persona que la entiende completamente. En este proyecto se ofrece conocer algunos de los grupos y se puede ir por el camino más sistemático de tipo Lie o el más caótico de los grupos esporádicos.

Requisitos: Estructuras Algebraicas, Teoría de Galois

Bibliografía:

- Rob Wilson, “The Finite Simple Groups”, Springer 2008
- Robert Griess “Twelve Sporadic Groups”, Springer 1998
- Gunter Malle and Donna Testerman “Linear Algebraic Groups and Finite Groups of Lie Type”, Cambridge University Press 2011

Tema 5.- Representaciones de grupos finitos

(Trabajo válido para varios estudiantes)

Resumen: Una de las herramientas principales para el entendimiento de grupos finitos son los homomorfismos de un grupo a grupos de matrices invertibles, llamados representaciones. La primera aplicación a la teoría de grupos era el teorema de Burnside que si el orden de un grupo finito no se divide por tres primos diferentes, el grupo es resoluble. Pero la teoría ha servido no solo para el entendimiento de grupos pero también para otras estructuras algebraicas y hay varios teoremas que se pueden estudiar en este proyecto.

Requisitos: Estructuras Algebraicas, Teoría de Galois

Bibliografía:

- I. M. Isaacs, “Character Theory of Finite Groups”, AMS Press 1976
- Klaus Lux and Herbert Pahlings “Representations of Groups – a computational approach”, Cambridge 2010
- J.L. Alperin “Local representation theory”, Cambrdige 1986
