

Propuestas de TFG:

1. La Transformada de Hilbert y sus aplicaciones.

- 1.1. Valor Principal de Cauchy.
- 1.2. Funciones holomorfas en un semiplano.
- 1.3. La Transformada de Hilbert en $L^2(\mathbb{R})$ y su relación con la Transformada de Fourier.
- 1.4. Acotación y unitariedad de la Transformada de Hilbert en $L^2(\mathbb{R})$.
- 1.5. No-acotación de la transformada de Hilbert en $L^1(\mathbb{R})$. Teorema de Kolmogorov.
- 1.6. Breve introducción a la interpolación de operadores y acotación de la transformada de Hilbert en $L^p(\mathbb{R})$, $1 < p < \infty$.
- 1.7. El toro $\mathbb{T}$ y funciones periódicas. Aplicación a la convergencia de series de Fourier en $L^p(\mathbb{T})$, $1 < p < \infty$.

Requisitos: Familiaridad con los métodos del Análisis real y complejo, especialmente con Teoría de la Medida, Variable Real, Variable Compleja y Análisis Funcional. Este tema de TFG es bastante específico y está orientado a estudiantes interesados en el Análisis y sus aplicaciones.

2. Análisis no-estándar y Matemática no-estándar.

- 2.1. Introducción histórica sobre el uso de infinitesimales e infinitos por I.Newton, G.Leibnitz y L.Euler en el Cálculo clásico.
- 2.2. A.Robinson y su noción moderna de los infinitesimales y infinitos.
- 2.3. Ultrafiltros no-principales y extensiones no-estándar de estructuras. Principio de transferencia. Conjuntos internos y externos. Principios de desbordamiento y de permanencia.
- 2.4. Los naturales, enteros y reales no-estándar $\mathbb{N}^*$, $\mathbb{Z}^*$, $\mathbb{R}^*$.
- 2.5. El cálculo clásico traducido al lenguaje no-estándar.
- 2.6. Topología no-estándar y cálculo en $\mathbb{R}^{n*}$.
- 2.7. Aplicaciones.

Requisitos: Es recomendable haber visto algo de Lógica Matemática y de Historia de la Matemática. Por lo demás, pese al nombre de *Análisis no-estándar*, se puede abordar tanto si se tiene mayor interés por el Análisis como por el Álgebra. Este TFG es bastante genérico y puede ser de interés para estudiantes de un espectro amplio.