

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2022-23

PROFESOR: Pablo Candela

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 2

1.- **TÍTULO:** El lema de regularidad en teoría de grafos

Resumen/contenido: La teoría de grafos es una de las áreas principales de la matemática discreta, de gran interés propio y de gran utilidad en la modelización de todo tipo de fenómenos estructurados en redes. Una de las herramientas más potentes y versátiles en la teoría de grafos es el *lema de regularidad*, un resultado que permite describir cualquier grafo denso en términos de unos cuantos sub-grafos que se comportan como grafos aleatorios. Este trabajo estudia el lema de regularidad y algunas de sus aplicaciones principales, por ejemplo, el lema de eliminación de triángulos, el teorema de Erdős-Stone, y el teorema de Roth. El trabajo deberá explicar el lema de regularidad y su demostración, pero habrá flexibilidad en la elección de aplicaciones.

Bibliografía/referencias:

- J. Komlós, M. Simonovits, Szemerédi's regularity lemma and its applications in graph theory. *Combinatorics, Paul Erdős is eighty, Vol. 2 (Keszthely, 1993)*, 295–35, Bolyai Soc. Math. Stud., 2, János Bolyai Math. Soc., Budapest, 1996.

- B. Bollobás, *Modern Graph Theory* (especialmente el capítulo IV), Graduate Texts in Mathematics, 184. Springer-Verlag, New York, 1998.

Válido para más de un estudiante: sí

2.- **TÍTULO:** Análisis de Fourier y aplicaciones combinatorias

Resumen/contenido: El análisis de Fourier sobre grupos abelianos finitos (o análisis de Fourier discreto) es una herramienta fundamental con numerosas aplicaciones en varias áreas matemáticas y tecnológicas. En este trabajo, se estudia la teoría básica del análisis de Fourier discreto y algunas aplicaciones centrales en teoría combinatoria de números. El proyecto deberá explicar las bases de la teoría del análisis de Fourier discreto, pero habrá flexibilidad en la elección de aplicaciones. Estas pueden incluir una prueba efectiva del célebre Teorema de Roth sobre la existencia de progresiones aritméticas de longitud 3 en conjuntos de enteros de densidad positiva, que usa el argumento Fourier-analítico llamado *argumento de incremento de densidad*. También se podrán tratar algunas de las mejoras más impactantes de este método que se han dado recientemente (autores de tales avances que se podrán estudiar incluyen a Bourgain, Sanders, Croot y Sisask). Otras posibles aplicaciones son el Teorema de Sárközy sobre diferencias cuadradas en conjuntos densos de enteros, y

aplicaciones combinatorias del espectro de Fourier de subconjuntos de grupos abelianos.

Bibliografía/referencias:

- T. Tao, V. Vu, Additive combinatorics (especialmente el capítulo 4), Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 105. Cambridge University Press, Cambridge, 2006.
- A. Terras, Fourier analysis on finite groups and applications, London Mathematical Society Student Texts, 43. Cambridge University Press, Cambridge, 1999.

Válido para más de un estudiante: sí