

Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2021-22

PROFESOR: Dragan VUKOTIC JOVSIC

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 2

1.- TEMA: Técnicas de aproximación y de espacios de Hilbert y sus aplicaciones (tema específico)

Válido para 2 alumnos

Resumen/contenido: El objetivo principal es abordar una selección amplia de entre los siguientes temas (y otros relacionados). La selección exacta variaría de un trabajo a otro.

- Breve repaso de alguno temas fundamentales de integración y convergencia.
- Teorema de aproximación de Weierstrass: demostraciones de Lebesgue y de Landau, polinomios de Bernstein. Versión trigonométrica.
- Refinamientos del teorema de Weierstrass: teoremas de Pál y de Fekete. Teorema de Müntz-Szasz en $C[0,1]$.
- Breve incursión en la teoría de números: sucesiones equidistribuidas módulo uno. Teoremas de Kronecker, Weyl y Fejér.
- Interpolación de Lagrange. La mejor aproximación por los polinomios de un grado predeterminado. Error en la interpolación. Polinomios de Chebyshev.
- Álgebras de funciones, separación de puntos, teorema de Stone-Weierstrass.
- Producto escalar, ortogonalidad, conjuntos convexos, proyecciones ortogonales. Aplicación: teorema ergódico en L^2 .
- Series de Fourier y su convergencia puntual. Medias aritméticas de sumas parciales. Funciones continuas con serie de Fourier divergente. Fenómeno de Gibbs.
- Conjuntos ortonormales, desarrollos de Fourier, Grammiano. Aplicaciones: desigualdad isoperimétrica, teorema de Müntz-Szasz para el espacio de Lebesgue de funciones de cuadrado integrable.
- Ejemplos de sistemas ortonormales; completitud del sistema trigonométrico, sistemas de Haar, Rademacher y Walsh. Aplicaciones: cambios aleatorios de signo y convergencia de series.
- Dimensión ortogonal, teorema de Riesz-Fisher, núcleos reproductores. Aplicación: espacio de Bergman, núcleo de Bergman.

Requisitos: Buen conocimiento de los cursos de Cálculo y Álgebra Lineal, de la Teoría de la Integral y de la Medida y Variable Compleja I. Conocimiento de algunos conceptos de Análisis Funcional y Análisis Complejo II que se podrán adquirir sobre la marcha.

Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles: Variable Real, Análisis Funcional, Variable Compleja II.

Bibliografía/referencias: Capítulos selectos de los siguientes textos:

- P.J. Davis: Interpolation and Approximation, Dover, 1975.
- P.L. Duren: Invitation to Classical Analysis, AMS, 2012.
- J. García-Cuerva: Análisis Funcional (notas), UAM, 2011.
- C. Goffman, G. Pedrick: First Course in Functional Analysis, Prentice Hall, 1983.
- P.D. Lax: Functional Analysis, Wiley-Interscience, 2002.
- W. Rudin: Principles of Mathematical Analysis. McGraw-Hill, 1976.
- W. Rudin: Real and Complex Analysis. McGraw-Hill, 1987.
- E.M. Stein, R. Sakarchi: Fourier Analysis, Princeton University Press, 2003.