



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 32930
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 6

ASIGNATURA / **COURSE TITLE**

Curso Avanzado de Análisis / [Advanced Course in Analysis](#)

1.1. Código / **Course number**

32930

1.2. Materia / **Content area**

Tema de análisis complejo con aplicaciones y conexiones a otras áreas matemáticas / [Topics in complex analysis with applications to other areas of Mathematics](#)

1.3. Tipo / **Course type**

Formación optativa / [Elective subject](#)

1.4. Nivel / **Course level**

Máster M2 / [Master M2 \(second cycle\)](#)

1.5. Curso / **Year**

2016/2017

1.6. Semestre / **Semester**

2º / [2nd \(Spring Semester\)](#)

1.7. Idioma / **Language**

Español e inglés. (El curso se podrá impartir en inglés siempre y cuando al menos un alumno internacional matriculado en la asignatura lo solicite) / [Spanish and English. \(The course can be taught in English if at least one officially registered international student requests so\).](#)

1.8. Requisitos previos / **Prerequisites**

Es necesario haber seguido previamente varios cursos de Análisis Funcional, Análisis Real y de Variable Compleja / [The students are expected to have followed earlier various courses on Functional Analysis, Real Analysis and Complex Variables.](#)



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 32930
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 6

1.9. Requisitos mínimos de asistencia a las sesiones presenciales / **Minimum attendance requirement**

La asistencia regular a clase es muy recomendable y se valorará participación en clase / **Class attendance on a regular basis is strongly recommended and class participation will be taken into account.**

1.10. Datos del equipo docente / **Faculty data**

Profesor / **Professor**: Dragan VUKOTIC JOVSIC
Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias
Despacho / **Office** - Módulo 08 - 208
Teléfono / **Telephone**: +34 91 497 6961
E-mail: dragan.vukotic@uam.es
Página web / **Homepage**: <http://www.uam.es/dragan.vukotic/>
Horas de tutoría / **Office hours**: Flexible (por cita previa) / **Flexible (by appointment)**

1.11. Objetivos del curso / **Course objectives**

OBJETIVOS

Este curso está pensado como una introducción a la teoría de espacios clásicos de funciones analíticas (normalmente en el disco o en el semiplano). El objetivo es presentar una vista panorámica del área, así como enunciar y, cuando sea posible, probar diversos resultados fundamentales que han marcado este campo a lo largo de los últimos 100 años de su historia.

El curso está dirigido a los alumnos de Máster que quieran especializarse en cualquier rama de Análisis Real, Complejo o Funcional o en Ecuaciones Diferenciales. Podrá seguirlo cualquier estudiante que haya cursado Fundamentos de Análisis Matemático o unos contenidos equivalentes de Análisis.

This course is intended as an introduction to the theory of classical spaces of analytic functions (typically in the disk or half-plane). Its goal is to present a panoramic view of the area as well as to enunciate and (whenever possible) prove various fundamental results which have left mark on this area during the last 100 years of its history.

The course is aimed at those Master's Degree students who intend to specialize in any branch of Real, Complex, or Functional Analysis or in Differential Equations. It can be followed by any student who has studied the Fundamentals of Mathematical Analysis or equivalent contents in Analysis.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 32930
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 6

1.12. Contenidos del programa / Course contents

Temas principales del curso:

1. Breve repaso de medidas y espacios de Lebesgue. Núcleo de Poisson. Representaciones de Poisson de funciones armónicas en diversas clases. Funciones de variación acotada. Valores frontera; teorema de Fatou, límites no tangenciales. Conjugada armónica.
2. Repaso: familias normales, teoremas de Hurwitz, teorema de la aplicación conforme de Riemann. Teorema de extensión de Carathéodory. Teoremas de tipo Lindelöf*.
3. Funciones absolutamente continuas. Teorema de los hermanos Riesz. Medias integrales de las funciones analíticas en el disco. Espacios de Hardy. Valores frontera. Aplicaciones conformes sobre dominios de Jordan con frontera rectificable.
4. Fórmula de Jensen. Productos de Blaschke. Ceros de las funciones en espacios de Hardy. Convergencia en la media a los valores frontera en espacios de Hardy.
5. Factorización de Riesz. Factorización canónica. Teorema de Smirnov. Teorema de unicidad de Privalov. Subespacios invariantes por el operador de desplazamiento; teorema de Beurling.
6. Crecimiento de las medias integrales. Estimaciones para la conjugada armónica. Transformada de Hilbert. Teoremas de Riesz y de Kolmogorov.
7. Espacios de Hardy del semiplano. Valores frontera. Transformada de Fourier; teorema de Paley-Wiener*.
8. Medidas de Carleson. Teorema de Green. Dualidad de los espacios de Hardy. Oscilación media acotada. Teorema de dualidad de Fefferman.
9. Sucesiones interpolantes. Teorema de Carleson. Fórmula de P. Jones*.
10. El espacio de Bloch. Métrica hiperbólica. Series lagunares*.
11. Núcleo reproductor de Bergman. Espacios de Bergman.
12. Proyección de Bergman. Dualidad de los espacios de Bergman.
13. Propiedades analíticas de los espacios de Bergman. Crecimiento. Conjuntos de ceros. Divisores contractivos*.
14. Densidades de Nyquist. La caracterización de Seip de los conjuntos de muestreo e interpolación en espacios de Bergman.

Nota: Podrían incluirse otros temas relacionados, dependiendo del tiempo disponible. Varios puntos del programa podrían ser modificados o suprimidos, especialmente aquellos marcados con el asterisco. Alternativamente, algunos temas se podrían cubrir en los trabajos individuales finales.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 32930
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 6

Main course topics:

1. Brief review of measures and Lebesgue spaces. Poisson kernel. Poisson representation of harmonic functions in different classes. Functions of bounded variation. Boundary values; Fatou's theorem, non-tangential limits. Harmonic conjugates.
2. Review: normal families, Hurwitz's theorems, Riemann mapping theorem. The Carathéodory extension theorem. Theorems of Lindelöf type*.
3. Absolutely continuous functions. Theorem of the brothers Riesz. Integral means of analytic functions in the disk. Hardy spaces. Boundary values. Conformal maps onto Jordan domains with rectifiable boundary.
4. Jensen's formula. Blaschke products. Zeros of functions in Hardy spaces. Convergence in the mean to the boundary values in Hardy spaces.
5. Riesz factorization. Canonical factorization. Smirnov's theorem. Privalov's uniqueness theorem. Invariant subspaces for the shift operator. Beurling's theorem.
6. Growth of integral means. Estimates for the harmonic conjugate. The Hilbert transform. Theorems of Riesz and Kolmogorov.
7. Hardy spaces of the half-plane. Boundary values. Fourier transform; theorem of Paley-Wiener*.
8. Carleson's measures. Green's theorem. Duality of Hardy spaces. Bounded mean oscillation. Fefferman's duality theorem.
9. Interpolating sequences. Carleson's theorem. P. Jones' formula*.
10. The Bloch space. Hyperbolic metric. Lacunary series*.
11. The Bergman reproducing kernel. Bergman spaces.
12. Bergman projection. Duality of Bergman spaces.
13. Analytic properties of Bergman spaces. Growth. Zero sets. Contractive zero-divisors*.
14. Nyquist densities. Seip's characterization of sampling and interpolating sets in Bergman spaces.

Note: Other related topics could be included, depending on the time available. Various units in the program, especially those marked with an asterisk, could be modified or suppressed. Some topics may also be covered in individual presentations/term papers.

1.13. Referencias de consulta / Course bibliography

- P.L. Duren, A.P. Schuster: *Bergman Spaces*, AMS, Providence, RI 2004.
- P. Koosis: *Introduction to H_p Spaces*, Cambridge University Press, 1998.

Se estudiarán también diversos artículos de investigación de los últimos 30 años y capítulos de otras monografías relevantes.

Various research papers from the last 30 years and chapters of other relevant monographs will also be studied.



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 32930
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 6

2. Métodos docentes / Teaching methodology

Se espera que los alumnos participen en clase de forma activa y muestren originalidad en su trabajo. Algunas demostraciones serán presentadas de forma esquemática y los detalles se dejarán para los alumnos interesados. Ciertos temas serán tratados sólo a nivel informativo. Se atenderán dudas individuales en las tutorías.

Cada tema tendrá asociada una colección de ejercicios. Habrá una fecha predeterminada para entregar las soluciones de cada conjunto de problemas.

Al final del curso, cada alumno deberá exponer oralmente y por escrito un artículo de investigación o un capítulo de un texto avanzado, complementando un tema.

Students are expected to participate actively in class and exhibit originality in their work. Some proofs will only be sketched and the details will be left to the interested students. Certain topics will only be treated at an informative level. Individual questions will be attended during office hours.

There will be a problem set for each topic. A deadline will be given for handing in the solutions for each problem set.

Each student should prepare an oral and written exposition of a research article or a chapter of an advanced text that complements one of the course topics.

3. Tiempo de trabajo del estudiante / Student workload

		Nº de horas	Porcentaje
Contact hours	Class lectures	39 h (26%)	51 h (34%)
	Office hours	6 h (4%)	
	Seminars and term papers	6 h (4%)	
	Others	-	
Other activities	Problems preparation	33 h (22%)	99 h (66%)
	Weekly study	51 h (34%)	
	Seminar preparation	15 h (10%)	
Total workload: 25 horas x 6 ECTS		150	



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 32930
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 6

4. Métodos de evaluación y porcentaje en la calificación final / Evaluation procedures and weight of components in the final grade

- 1) Ejercicios para entregar: 50%.
- 2) Presentación oral y escrita: 40%
- 3) Participación en clase: 10%.

- 1) Homework assignments: 50%.
- 2) Oral and written presentation 40%.
- 3) Class participation: 10%.

EVALUACIÓN EN CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA / EXTRAORDINARY EXAMINATION
PERIOD: Examen final escrito (100%) / Final (written) examination (100%).

5. Cronograma* / Course calendar

Semana Week	Contenido Contents	Horas presenciales Contact hours	Horas no presenciales Independent study time
1	Tema / Topic 1	3-4	7
2	2	3-4	7
3	3	3-4	7
4	4 + Problem sheet	3-4	7
5	5	3-4	7
6	6	3-4	7
7	7	3-4	7
8	8 + Problem sheet	3-4	7
9	9	3-4	7
10	10	3-4	7
11	11	3-4	7
12	12 + Problem sheet	3-4	7
13	13	3-4	7
14	14	3-4	7
15	Presentations	5-6	7



Asignatura: Curso Avanzado de Análisis
Código: 32930
Centro: Facultad de Ciencias
Titulación: Máster en Matemáticas y Aplicaciones
Nivel: Master M2
Tipo: Elective
Nº de créditos: 6

*This course calendar is provisional and should only serve as an orientation.