"Suelen hacer falta tres semanas para preparar un discurso improvisado."
Marc Twain

La hoja volante

http://www.uam.es/hojavolante

Número 13. Octubre 2007

Dos millones de dólares por resolver un puzzle

No, no es que queramos llamar la atención de nuestros lectores con titulares vistosos y falsas promesas. No, tampoco es que nos hayan aumentado el sueldo y no sepamos en qué gastarlo. Sólo te diremos una cosa: Eternity II. Puede que ahora mismo no te diga nada, pero tú recuérdalo. Porque puede que gracias a ello ganes 2 millones de dólares, como suena.

Eternity II es la secuela de Eternity I (por este profundo comentario no dan los dos millones de dólares por si te lo estabas preguntando), un puzzle un poco distinto que hace 8 años tuvo gran éxito en el Reino Unido. En aquella ocasión se entregó un cheque por valor de 1 millón de libras a un estudiante que resolvió el puzzle en tan sólo cinco meses. Esta vez los creadores han querido superarse ofreciendo el mayor premio que se ha ofrecido en toda la historia por resolver un puzzle: dos millones de dólares.

¿Y qué hay que hacer para conseguirlos? Suena tan fácil que parece ridículo: completar un puzzle de 256 piezas y enviar la solución antes del 31 de diciembre de 2008 (cuanto antes mejor). Ese día (todavía queda más de un año) se abrirán todas las soluciones en orden de llegada y la primera persona que haya enviado una solución correcta será el ganador del premio.

¿Y la trampa? En realidad, el puzzle tiene "sólo" 256 piezas pero son piezas cuadradas con bordes de colores que es necesario encajar en un tablero de 16 x 16 para completar el puzzle. Y eso, desde luego, no es tan fácil como hacer un puzzle convencional de 256 piezas. Basta con que intentes hacer la miniversión de 16 piezas que hay en la página oficial de Eternity II para que te des cuenta de esto.

Además del puzzle principal, existen dos "puzzles de ayuda". El "Puzzle de ayuda 1" consta de 36 piezas (6 x 6) y el "Puzzle de ayuda 2" tiene 72 (12 x 6). Resolviendo cada uno de ellos se obtiene la ubicación de una pieza adicional del puzzle principal Eternity II.

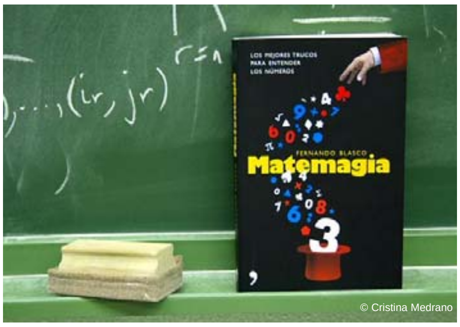
Al contrario de lo que ocurre con la mayoría de los puzzles, que disponen de una única forma correcta de alcanzar la solución, existen miles de maneras distintas de completar de forma correcta el puzzle Eternity II. ¿Te atreves a encontrar una? Desde luego, si lo haces y finalmente resultas premiado acuérdate de quiénes te avisaron...

Más información e incluso una miniversión del juego para jugar en la red, en la página oficial: http://es.eternityii.com/.

Matemagia

El brillante matemático Karl Weierstrass dijo en cierta ocasión que *"un matemático que no tenga también algo de poeta no será nunca un matemático completo"*. En alguna ocasión el excepcional mago Juan Tamariz ha comentado que, hablando con el poeta Joan Brossa, comparaban la poesía con la magia: *"mientras en la poesía se juega con las palabras para crear metáforas, en la magia se hace lo mismo con los objetos"*. Quizá estas palabras justifiquen el hecho de que todo matemático deba ser un poco mago. Pero para aquellos que se resistan y quieran otro argumento antes de desempolvar la chistera, Fernando Blasco explica un hecho paradójico en su nuevo libro *"Matemagia"*: mientras que a los estudiantes no les suele gustar conocer la prueba de los resultados matemáticos y los creen a fe ciega, todo el mundo, incluidos los estudiantes, quiere saber en qué se basa cualquier proeza mágica. Esto explica por qué la magia puede ser una excelente herramienta didáctica para la enseñanza de las matemáticas, pues permite motivar a los alumnos para preguntarse el porqué de algunos resultados. Dicho de otro modo, puede despertar el espíritu crítico en muchos estudiantes.

Obviamente, esto carecería de sentido si no fuera porque una rama de la magia guarda una estrecha relación con las matemáticas, la magia matemática o matemagia.



© Cristina Medrano

Con este libro, Fernando Blasco pretende acercar al lector a estas dos maravillosas disciplinas, una más artística y la otra más científica, la magia y las matemáticas.

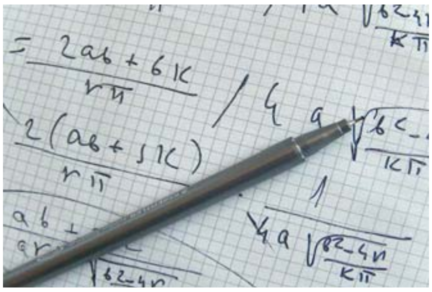
La obra está dividida en 10 capítulos, cada uno de los cuales toca más de cerca una "subrama" de la matemagia, relacionada de alguna manera con el número del capítulo. Así, el primer capítulo habla sobre juegos mágicos que utilizan números, el segundo sobre juegos basados en principios de paridad o el sistema binario, el tercero tiene como protagonista al triángulo, el cuarto trata de juegos con cartas (hay cuatro palos en la baraja), el quinto se centra en la divina proporción (recordemos que esta aparece en el pentagrama o estrella de cinco puntas), el sexto revisa cuestiones combinatorias (¿alguien ha dicho dados?), el séptimo estudia los calendarios (¿cuántos días tiene la semana?), el octavo se dedica a cuestiones topológicas (si no entiendes esta palabra ya estás tardando en revisar el artículo "La conjetura de Poincaré" que aparece en el número 10 de "la hoja") y de nudos (recuérdese la forma del número ocho), el noveno habla sobre los dígitos de control (¿no recuerdas la prueba del nueve que hacías de pequeño?) y el décimo "cierra el círculo" y en él se comentan problemas clásicos, algunos relacionados con esta perfecta figura.

El libro está dirigido a personas de todas las edades y condiciones (desde luego no hay que ser un experto en matemáticas para leerlo) y seguro que despertará afición por las dos disciplinas, magia y matemáticas. Gracias al atractivo de la magia, se explican con sencillez los principios de las matemáticas, siguiendo la cita del Albert Einstein que aparece al principio del libro: *"La mayor parte de las ideas fundamentales de la ciencia son esencialmente simples, y deben, como regla, ser expresadas en un lenguaje que cualquiera pueda comprender"*.

"Matemagia" de Fernando Blasco está editado por *Temas de hoy* dentro de la colección *Tanto por saber*.

El poder desconocido de un modelo matemático

Supongamos que tengo dos tarjetas y en cada una escribo un número real distinto (uno es estrictamente mayor que el otro). Les doy la vuelta y las pongo sobre la mesa. Te doy la posibilidad de levantar una de las dos y mirar el número. Una vez que lo has mirado, o te quedas esa carta o bien coges la otra. Ganas si el número que hay escrito en la tarjeta que te quedas es el más grande de los dos. ¿Cuál es la mejor estrategia para ganar este juego? O lo que es lo mismo, ¿cómo aumentas tu probabilidad de ganar este juego?



Bien, pues puede parecer que independientemente de la estrategia que usemos la probabilidad de ganar es un medio ya que sólo hay dos cartas y no tenemos ninguna otra información disponible.

Thomas Cover, de la Universidad de Stanford, demostró en 1987 que existe una estrategia óptima de ganar este juego. Para tener más de una posibilidad sobre dos de ganar, hay que elegir antes de jugar un número Z arbitrario y quedarte la primera carta si el número que hay en ella es estrictamente superior a Z.

¿¿¿Qué???

La explicación es la siguiente.

Llamamos X al más pequeño de los números escritos en las tarjetas e Y al más grande. Tenemos tres posibilidades:

1. X es estrictamente superior a Z, lo que quiere decir que Y también es estrictamente superior a Z. Según la estrategia descrita anteriormente, nos quedamos la primera carta y entonces la probabilidad de ganar es igual a un medio.
2. Y es estrictamente inferior a Z, lo que implica que X es también estrictamente inferior a Z. En este caso, pedimos la otra carta y de nuevo la probabilidad de ganar es igual a un medio.
3. Z es mayor o igual que X y menor o igual que Y (Z está comprendido entre X e Y). En este caso, rechazamos la primera carta si el número que está escrito en ella es inferior o igual a Z y la guardamos si es superior o igual. En este caso, siempre ganamos.

Bien, si cada una de estas situaciones se produce con probabilidad respectiva a, b, y c (desconocidas las tres pero cuya suma es igual a 1), entonces la probabilidad total de ganar es igual a

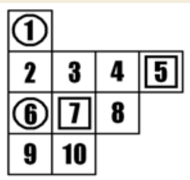
$$p = a/2 + b/2 + c.$$

Como Z lo hemos elegido aleatoriamente, la probabilidad c es estrictamente positiva (recordemos que X es estrictamente menor que Y). Como a + b + c = 1, tenemos

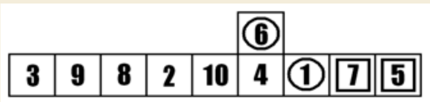
$$p = 1/2\,(a + b) + c = 1/2\,(1 - c) + c = 1/2\,(1+c) > 1/2.$$

¡¡¡Sorprendente!!!

Thomas M. Cover, *Pick the Largest Number*. Chapter in Open Problems in Communication and Computation, Springer-Verlag, 1987.



Una forma de resolver el problema de la hoja 11 era numerar las casillas, por ejemplo así, los círculos representan los caballos blancos y los cuadrados los negros. Si transformamos este gráfico en uno en el que dos casillas comparten una arista si un caballo puede saltar de una a otra, todo se ve mucho más sencillo.



Una posible secuencia de movimientos sería: 1-4, 4-10, 10-2, 2-8, 7-1, 1-4, 4-10, 10-2, 5-7, 7-1, 1-4, 4-10, 6-4, 4-1, 1-7, 7-5, 10-4, 4-1, 1-7, 2-10, 10-4, 4-1, 8-2, 2-10, 10-4, 4-6, 1-4, 4-10, 10-2, 7-1, 1-4, 4-10, 6-4, 4-1, 1-7, 10-4, 4-6, 2-10, 10-4, 4-1.

Sólo Dulcinea Raboso nos envió una respuesta correcta y muy trabajada. ¡Enhorabuena!

Resulta sorprendente que el problema de este número se pueda resolver con los datos que se dan, pero en efecto así es. Las mejores soluciones recibirán como regalo un ejemplar del libro "*Matemagia*" de Fernando Blasco. Respuestas a: hojavolante@uam.es.

El problema

Me he inventado dos números enteros mayores que 1. He escrito su producto en un papel y se lo he dado al matemático A. He escrito su suma en otro papel y se lo he dado al matemático B. Entonces, sin mirar cada uno más que su papel han dicho:

A: No sé la suma.

B: No sé el producto.

A: Ya sé la suma.

B. Ya sé el producto.

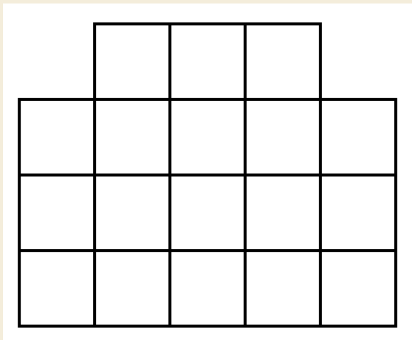
¿Cuáles son los números que me he inventado?

La respuesta al acertijillo de la hoja 11 era muy sencilla, bastaba con fijarse en las esquinas de las 4 páginas en las que se podían observar los números 21, 22, 83 y 84. Es decir las páginas de esta revista eran como las de un periódico y como había 20 páginas antes debía haber otras 20 después, por lo que la revista tendría exactamente 104 páginas.

También se podía observar que el problema estaba "bien planteado" porque entre la página 22 y la 83 hay exactamente 60, que es múltiplo de 4.

El acertijillo

El señor Gómez quiere cambiar las baldosas cuadradas de su jardín, que ya están muy viejas.



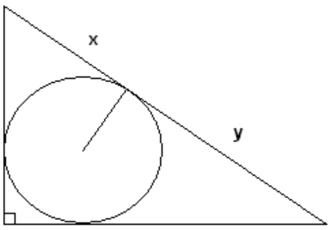
Cuando va a comprarlas sólo encuentra baldosas rectangulares. En una tienda, el dependiente le dice que sus baldosas rectangulares miden exactamente igual que dos baldosas cuadradas, de modo que podrá embaldosar el jardín sin problemas.

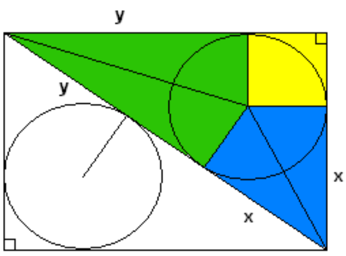
¿Cuántas baldosas necesita comprar el señor Gómez? ¿Cómo debe colocarlas?

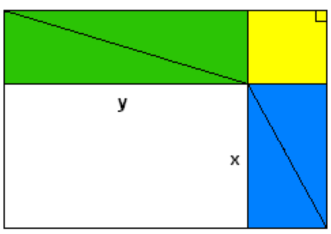
Visualización

Dado cualquier triángulo rectángulo, trazamos su circunferencia inscrita. El punto de tangencia divide la hipotenusa en dos segmentos de longitudes x e y. Entonces:

$$\textbf{Area del triángulo} = x \cdot y$$







Referencia: Roger B. Nelsen, Lewis & Clark College, Mathematics Magazine, Vol. 80, No. 1, Febrero 2007.

Agradecemos la sugerencia por parte de Lucía Contreras.

Pompas

- Así que he echado jabón en el agua, he metido el alambre redondo en la disolución y al sacarlo y soplar han salido burbujas ¡esféricas!
- Eso no tiene nada de sorprendente, todos lo hemos hecho cuando éramos pequeños.
- Ya, pero lo sorprendente es que si meto un alambre cuadrado en la disolución, al sacarlo y soplar ¡también salen burbujas esféricas! ¡Míralas! ¿Y por qué?

© Cristina Medrano

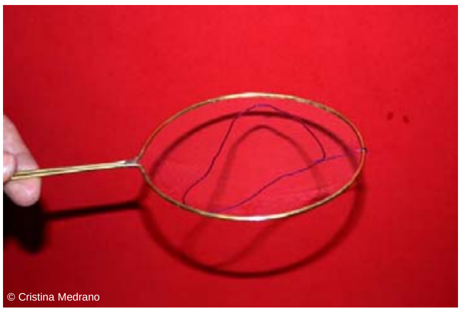
- ¿De verdad quieres saberlo? La explicación es que de todas las burbujas de un volumen dado, la esférica es la que tiene menor superficie. O lo que es lo mismo, de todas las burbujas de una superficie dada, la de mayor volumen es la esférica.
- ¿Quieres decir que la Naturaleza también ahorra?
- ¡Eso es! Mira, te voy a enseñar unas cosas que tengo por aquí. Lo primero que voy a hacer es añadir glicerina a la disolución. Al igual que el jabón disminuía la tensión superficial del agua, evitando que se rompieran las pompas, la glicerina evita la evaporación del agua, así que las pompas van a durar más tiempo y las veremos mejor. Lo segundo ¿sabes la diferencia entre una burbuja y una pompa?
- Claro, pero recuérdasela a los lectores...
- Una burbuja encierra aire en su interior, como las que estabas haciendo antes, mientras que una pompa no encierra aire. Ahora vamos a obtener pompas sumergiendo en la disolución alambres que actuarán como borde. Primero metemos un alambre con forma de circunferencia y obtenemos una pompa plana: un círculo.
- Sí pero si la muevo o soplo pueden salir otras pompas con el mismo borde, como esta.


© Cristina Medrano

- Llevas razón, pero cuando dejas de hacerlo la pompa vuelve a ser un círculo. Eso es porque de todas las pompas que tienen ese borde, la plana es la que tiene un área menor.
- Ah, igual que ocurría con mis burbujas, que eran esféricas porque dado un volumen eran las que tenían área menor.
- Claro, las películas de jabón tienen una fuerza de cohesión interna que hace que sus moléculas se acerquen lo más posible las unas a las otras para disminuir el área.
- Luego ¡LAS POMPAS TIENEN LA MENOR ÁREA POSIBLE!
- Así es, y por eso a las superficies que se obtienen se les llama superficies minimales. Mira por ejemplo el catenoide que podemos formar con dos alambres redondos:


© Cristina Medrano

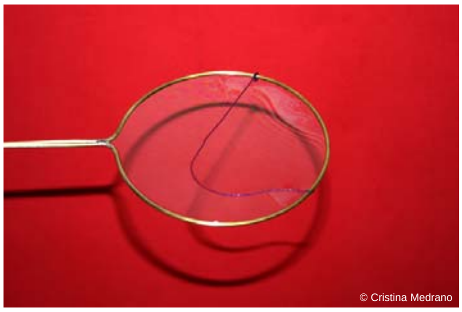
AVISO: LA SIGUIENTE PREGUNTA PUEDE SER PREVISIBLE.
- ¿Catequé?
- ¿Te suenan las catenarias?
- Ah, eso son los cables de la vía del tren.
- Efectivamente, la catenaria es la forma que adquiere un cable suspendido sujeto por sus dos extremos. Y si te fijas...
- Sí, las secciones meridionales o cortes con planos perpendiculares a los aros que pasen por su centro son catenarias.
- A veces dudo si tienes doble personalidad... Bueno, mira que esto te va a gustar. De manera similar a lo que ocurría con la esfera, de todas las figuras planas cuyo perímetro mide una cantidad fijada, el círculo es la de área mayor. He atado un hilo a la circunferencia y he hecho una pompa con el hilo dentro...


© Cristina Medrano

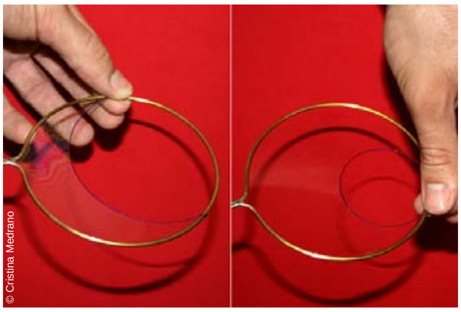
...y si ahora pincho el interior del hilo con un bolígrafo, ¡mira lo que queda!


© Cristina Medrano

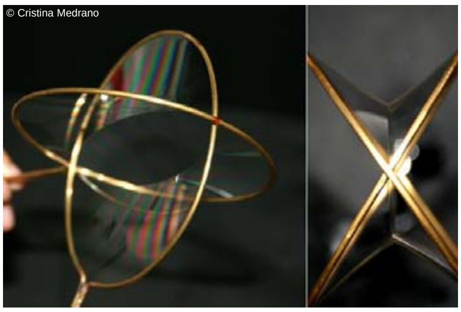
- ¡El agujero se hace circular!
- Claro, como la pompa tiende a ocupar lo mínimo posible, el agujero tiende a ocupar lo máximo posible y eso quiere decir que el agujero se hace circular.
- ¿Y si atamos los dos extremos de un hilo al borde?


© Cristina Medrano

- Entonces el hilo se convierte en un arco de circunferencia y ¡hasta lo puedes mover!


© Cristina Medrano

- ¿Y hay algo más que podamos hacer con estos alambres?
- Mira, pues sí. ¿Qué crees que ocurre cuando se cortan dos pompas?
- ¿Qué quieres decir con eso?
- Ponemos los dos aros cruzados y los metemos a la disolución. Al sacarlos ¿Qué pompas se formarán.
- Pues supongo que los dos círculos, ¿no?
- Mételos y compruébalo.

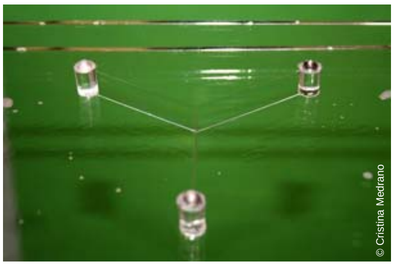

© Cristina Medrano

- ¡Anda! ¡Se forma otra pompa!
- Eso es, se crea lo que llamamos una ojiva, dado que siempre que varias pompas se cortan lo hacen de tres en tres y formando ángulos de 120º, que es la configuración más simétrica.
- ¿Y hay más reglas de esas?
- Sí, y muchas de ellas se pueden comprobar sumergiendo alambres con otras formas, pero paremos un momento ¿un café?

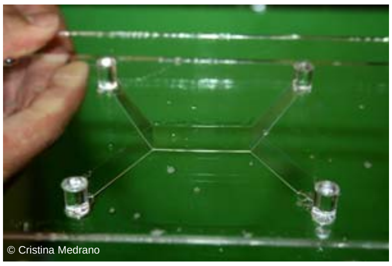
¡Qué ganas tenía de tomarme un cafe sólo! ¡Sólo sin leche y sólo sin gente!

Don Quintín el Amargao, Luis Buñuel.

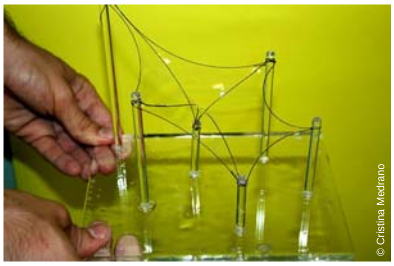
- ¿Te acuerdas de que una vez en el foro de la hoja volante alguien propuso un problema en el que había que hacer la red de caminos más corta que conectara 4 puntos situados en los vértices de un cuadrado?
- Ah, sí, como si fueran 4 ciudades dispuestas en forma de cuadrado y hubiera que unirlas por carretera del modo más económico posible.
- Pues hay una forma de llegar a la solución.
- ¿Cómo?
- ¡Por pompas!
- ¿Por pompas?
- Sí, mira, vamos a dejar de sumergir alambres por hoy y vamos a sumergir unas planchas de metacrilato que me he construido.
- ¿Y eso qué es?
- Mira, por ejemplo aquí tengo dos planchas de metacrilato paralelas unidas por tres puntos que forman un triángulo equilátero.
- Ah, como si las ciudades estuvieran en esos puntos.
- Exactamente. Cuando las sumerja se van a formar pompas que unirán los puntos y serán perpendiculares a las dos planchas de metacrilato.
- ¿Y cómo sabemos que esas pompas nos van a dar los caminos mínimos?
- Ahí está la gracia, como sabemos que las pompas tienen la menor área posible y la altura va a ser igual en todos los lados, si miramos la proyección de esas pompas tendremos los caminos mínimos.
- Ah, ya veo... ¡Déjame sumergirlas!

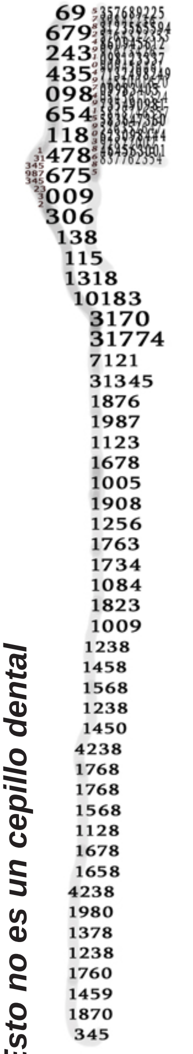


- Y, como ves, salen las líneas que unen los vértices con el centro y se respeta la regla de los 120º.
- Y para un cuadrado saldrán las diagonales, que son las líneas que unen los vértices con el centro...
- ¿Pero no te estoy diciendo que se tiene que respetar la regla de los 120º?
- Ah sí entonces saldrá... ¡esto!



- Sumergiéndolo cualquiera... pero así es, eso es lo que queda.
- ¡Espectacular!
- A que sí, pero para espectacular lo que vamos a hacer ahora. ¿Alguna vez has visto el estadio olímpico de Múnich?
- Ah, sí, que tiene una especie de toldos como si fueran carpas de circo.
- Fue diseñado por el arquitecto alemán Frey Otto. Los techos están diseñados para que pesen poco y se reduzca la cantidad de material necesario para construirlos. ¿Y sabes cómo se hizo el diseño?
- ¿A pompas?
- ¡A pompas! sí señor. Las películas de jabón dan las formas óptimas para un borde fijado, pues con ellas obtenemos el área mínima. Así que si ponemos unos mástiles y unos hilos sin tensar entre ellos y sumergimos, los hilos se tensarán y se formará esta cosa tan chula.
- Es un buen momento para parar...





Esto no es un cepillo dental

© Viviana Murina

VII Semana de la Ciencia Madrid 2007

Con motivo de la VII Semana de la Ciencia de Madrid (del 5 al 18 de noviembre de 2007), en el Departamento de Matemáticas de la UAM se van a llevar a cabo varios talleres simultáneos dirigidos a grupos reducidos (unas diez personas) que rotarán para participar en todos ellos. En cada uno de los talleres se invitará a los visitantes a experimentar con las matemáticas:

· **Taller de códigos secretos:** introduciremos algunos de los códigos criptográficos clásicos más importantes, analizando su relación con las matemáticas.

· **Taller de poliedros:** fabricaremos algunos de éstos utilizando papel y comprobaremos que se verifica la fórmula de Euler que relaciona el número de aristas, caras y vértices de los mismos.

· **Taller de pompas de jabón:** trabajaremos con distintas configuraciones de alambres y otros objetos para estudiar las propiedades de las superficies formadas.

Las actividades concluirán con una visita a la exposición de algunos de los carteles participantes en la primera edición de los Premios Mat-UAM para estudiantes de Secundaria.

Segunda edición de los Premios para Estudiantes de Secundaria del Departamento de Matemáticas de la UAM

Se convoca la 2ª edición de los "Premios para Estudiantes de Secundaria del Departamento de Matemáticas de la UAM". Los objetivos son fomentar entre los estudiantes de secundaria el interés por las Matemáticas y los temas relacionados con ellas e incentivar los conocimientos que se adquieren en los centros de secundaria.

Cuatro premios de 500 euros esperan a los mejores trabajos de investigacion o experimentales en matemáticas que realicen grupos de entre 2 y 5 alumnos a partir del segundo ciclo de la ESO.

Solicitudes desde el 10 de noviembre hasta el 10 de diciembre de 2007. Presentación de los trabajos definitivos desde el 1 de abril hasta el 30 de abril de 2008.

Más información sobre estas dos actividades en la página del departamento: http://www.uam.es/departamentos/ciencias/matematicas/.

Departamento de Matemáticas. Escrito por Matías Núñez y Carlos Vinuesa.
Agradecemos la colaboración de Lucía Contreras, Viviana Murina (http://vivianamurina.com.ar/) y Cristina Medrano (http://www.flickr.com/photos/cmedrang).